AUG 1 0 2004 PATENT & TRADEMARK OFFICE

Docket No.: 4590-287

PATENT

IN THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE

In re Application of	:	
Anne FERREOL et al.	:	Confirmation No.5317
U.S. Patent Application No. 10/814,808	:	Group Art Unit: 2631
Filed: April 1, 2004	:	

For: METHOD AND DEVICE FOR THE FOURTH-ORDER, BLIND IDENTIFICATION OF AN UNDER-DETERMINED MIXTURE OF SOURCES

TRANSMITTAL OF CERTIFIED PRIORITY DOCUMENT

Commissioner for Patents
P.O. Box 1450
Alexandria, VA 22313-1450

Dear Sir:

In accordance with the provisions of 35 U.S.C. 119, Applicant hereby claims, in the present application, the priority of France Patent Application No. 0304043, filed April 1, 2003. The certified copy is submitted herewith. Kindly use the attorneys' address associated with the following Customer Number for future correspondence.

Respectfully submitted,

LOWE HAUPTMAN GILMAN & BERNER, LLP

Kenneth M Berner

Kenneth M. Berner
Registration No. 37,093

1700 Diagonal Road, Suite 310
Alexandria, Virginia 22314
(703) 684-1111 KMB/iyr
Facsimile: (703) 518-5499

Date: August 10, 2004

INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIETE
INDUSTRIELLE

BREVET D'INVENTION

CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

COPIE OFFICIELLE

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

Fait à Paris, le 15 MARS 2004

Pour le Directeur général de l'Institut
national de la propriété industrielle
Le Chef du Département des brevets

Martine PLANCHE

INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIETE
INDUSTRIELLE

SIEGE
26 bis, rue de Saint Petersbourg
75800 PARIS cedex 08
Téléphone : 33 (0)1 53 04 53 04
Télécopie : 33 (0)1 53 04 45 23
www.inpi.fr

ETABLISSEMENT PUBLIC NATIONAL CREE PAR LA LOI N° 51-444 DU 19 AVRIL 1951

1er dépôt

INPI
INSTITUT NATIONAL DE LA PROPRIETE INDUSTRIELLE

26 bis, rue de Saint Pétersbourg
75800 Paris Cedex 08
Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 94 86 54

BREVET D'INVENTION
CERTIFICAT D'UTILITÉ

Code de la propriété intellectuelle - Livre VI

cerfa
N° 11354*01

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE 1/2

Cet imprimé est à remplir lisiblement à l'encre noire

DB 540 W /260899

Réservé à l'INPI	**1** NOM ET ADRESSE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE À QUI LA CORRESPONDANCE DOIT ÊTRE ADRESSÉE
REMISE DES PIÈCES DATE: 1 AVRIL 2003 LIEU: 75 INPI PARIS N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL ATTRIBUÉ PAR L'INPI: 0304043 DATE DE DÉPÔT ATTRIBUÉE PAR L'INPI: 1 AVR. 2003	Isabelle DUDOUIT THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33 avenue Aristide Briand 94117 ARCUEIL Cedex
Vos références pour ce dossier *(facultatif)* 63021	

Confirmation d'un dépôt par télécopie ☐ N° attribué par l'INPI à la télécopie

2 NATURE DE LA DEMANDE	**Cochez l'une des 4 cases suivantes**		
Demande de brevet	☒		
Demande de certificat d'utilité	☐		
Demande divisionnaire	☐		
Demande de brevet initiale	N°	Date / /	
ou demande de certificat d'utilité initiale	N°	Date / /	
Transformation d'une demande de brevet européen *Demande de brevet initiale*	☐ N°	Date / /	

3 **TITRE DE L'INVENTION** (200 caractères ou espaces maximum)

PROCEDE ET DISPOSITIF D'IDENTIFICATION AUTODIDACTE D'UN MELANGE SOUS-DETERMINE DE SOURCES AU QUATRIEME ORDRE

4 DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE	
	Pays ou organisation Date / / N°
	Pays ou organisation Date / / N°
	Pays ou organisation Date / / N°
	☐ **S'il y a d'autres priorités, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite»**

5 DEMANDEUR	☐ **S'il y a d'autres demandeurs, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite»**
Nom ou dénomination sociale	THALES
Prénoms	
Forme juridique	Société Anonyme
N° SIREN	5 5 2 0 5 9 0 2 4
Code APE-NAF	
Adresse — Rue	173, boulevard Haussmannn
Adresse — Code postal et ville	75008 PARIS
Pays	FRANCE
Nationalité	Française
N° de téléphone *(facultatif)*	
N° de télécopie *(facultatif)*	
Adresse électronique *(facultatif)*	

1er dépôt

INPI
INSTITUT NATIONAL DE LA PROPRIETE INDUSTRIELLE

BREVET D'INVENTION
CERTIFICAT D'UTILITÉ

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE 2/2

Réservé à l'INPI

REMISE DES PIÈCES
DATE 1 AVRIL 2003
LIEU 75 INPI PARIS
N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL ATTRIBUÉ PAR L'INPI 0304043

DB 540 W /260899

Vos références pour ce dossier : *(facultatif)*	63021	
6 MANDATAIRE		
Nom	DUDOUIT	
Prénom	Isabelle	
Cabinet ou Société	THALES	
N °de pouvoir permanent et/ou de lien contractuel	8325	
Adresse — Rue	31-33, avenue Aristide Briand	
Adresse — Code postal et ville	94117	ARCUEIL Cedex
N° de téléphone *(facultatif)*	01 41 48 45 17	
N° de télécopie *(facultatif)*	01 41 48 45 01	
Adresse électronique *(facultatif)*		
7 INVENTEUR (S)		
Les inventeurs sont les demandeurs	☐ Oui ☒ Non **Dans ce cas fournir une désignation d'inventeur(s) séparée**	
8 RAPPORT DE RECHERCHE	**Uniquement pour une demande de brevet (y compris division et transformation)**	
Établissement immédiat	☒	
ou établissement différé	☐	
Paiement échelonné de la redevance	**Paiement en trois versements, uniquement pour les personnes physiques** ☐ Oui ☒ Non	
9 RÉDUCTION DU TAUX DES REDEVANCES	**Uniquement pour les personnes physiques** ☐ Requise pour la première fois pour cette invention *(joindre un avis de non-imposition)* ☐ Requise antérieurement à ce dépôt *(joindre une copie de la décision d'admission pour cette invention ou indiquer sa référence)* :	
Si vous avez utilisé l'imprimé «Suite», indiquez le nombre de pages jointes		

10 SIGNATURE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE (Nom et qualité du signataire) Isabelle DUDOUIT	**VISA DE LA PRÉFECTURE OU DE L'INPI** L. GUICHET

La loi n°78-17 du 6 janvier 1978 relative à l'informatique, aux fichiers et aux libertés s'applique aux réponses faites à ce formulaire. Elle garantit un droit d'accès et de rectification pour les données vous concernant auprès de l'INPI.

L'invention concerne notamment un procédé d'identification autodidacte d'un nombre de sources P potentiellement supérieur ou égal au nombre N de capteurs de l'antenne de réception.

Elle peut être utilisée par exemple dans un contexte multi-émissions à Bande étroite.

Elle est utilisée par exemple dans un réseau de communications.

Elle trouve son application notamment dans le domaine des radiocommunications, des télécommunications spatiales ou de l'écoute passive de ces liaisons, dans des gammes allant de la VLF à la EHF.

La figure 1 schématise un exemple de réseau comprenant plusieurs capteurs de réception, chaque capteur recevant un ou plusieurs émetteurs de radiocommunication, de directions d'arrivée différentes.

Chaque capteur reçoit une source avec une phase et une amplitude dépendant de l'angle d'incidence de celle-ci et de la position du capteur. La figure 2 schématise un exemple de paramétrage de la direction d'une source. Cette direction est paramétrée par 2 angles correspondant aux angles d'azimut θ et d'élévation Δ.

Depuis maintenant près d'une quinzaine d'années, de nombreuses techniques d'identification autodidacte de signatures ou vecteurs directeurs de sources, supposées statistiquement indépendantes, ont été développées sous l'hypothèse d'un nombre de sources P inférieur ou égal au nombre de capteurs N, décrites dans les références [1][3][7] citées en fin de la description. Toutefois pour de nombreuses applications pratiques telles que les radiocommunications HF, le nombre de sources reçues par les capteurs augmente en particulier avec la largeur de bande des récepteurs et le nombre de sources P peut dès lors devenir supérieur au nombre de capteurs N. Les mélanges associés des sources sont alors qualifiés de sous-déterminés.

Un certain nombre de méthodes d'identification autodidacte de

mélanges sous-déterminés de sources à bande étroite pour le réseau ont été développées tout récemment et décrites dans les références [2] [7-8] et [10]. Les méthodes proposées dans les références [2] et [7-8] exploitent l'information contenue dans les statistiques d'ordre 4 (FO : Fourth Order) des signaux reçus sur les capteurs tandis que la méthode proposée dans la référence [10] exploite l'information contenue dans une des fonctions caractéristiques des signaux reçus. Toutefois, ces méthodes présentent de grosses limitations dans la perspective d'une mise en œuvre opérationnelle. En effet, la méthode de la référence [2] est très difficile à mettre en œuvre et n'assure pas l'identification des sources ayant le même kurtosis (cumulant normalisé d'ordre 4). Les méthodes des références [7-8] supposent que les sources sont non circulaires et conduisent à des résultats peu fiables en pratique. Finalement la méthode de la référence [10] a été développée uniquement pour des mélanges de sources à valeurs réelles (non complexe).

L'objet de la présente invention concerne notamment un nouveau procédé d'identification autodidacte d'un mélange sous-déterminé de sources à bande étroite pour le réseau. Le procédé permet notamment d'identifier jusqu'à $N^2 - N + 1$ sources à partir de N capteurs identiques et jusqu'à N^2 sources avec N capteurs différents, en supposant uniquement que les sources ont des trispectres différents et des kurtosis non nuls et de même signe (cette dernière hypothèse est pratiquement toujours vérifiée dans le contexte des radiocommunications).

L'invention concerne un procédé d'identification autodidacte à l'ordre 4 de signatures d'au moins deux sources dans un système comportant un nombre de sources P et un nombre N de capteurs de réception recevant les observations, lesdites sources ayant des tri-spectres différents. Il est caractérisé en ce qu'il comporte au moins les étapes suivantes :

- une étape de blanchiment à l'ordre 4 des observations reçues sur les capteurs de réception afin d'orthonormaliser les vecteurs directeurs des sources dans les matrices de quadricovariance des observations exploitées,

- une étape de diagonalisation conjointe de plusieurs matrices de quadricovariance blanchies afin d'identifier les signatures spatiales des sources.

Le nombre de sources P est par exemple supérieur au nombre de capteurs N.

Le procédé peut être utilisé dans un réseau de communication.

Le procédé selon l'invention présente notamment les avantages suivants :

- Il permet d'identifier un nombre de sources supérieur au nombre de capteurs :
    - pour des capteurs identiques : $N^2 - N + 1$ sources ayant des trispectres différents, des kurtosis non nuls et de même signe,
    - pour des capteurs différents (réseau à diversité de polarisation et/ou à diversité de diagramme et/ou avec du couplage, etc...) N^2 sources ayant des trispectres différents, des kurtosis non nuls et de même signe,
- Il est robuste à du bruit Gaussien même corrélé spatialement,
- Il permet une goniométrie de chaque source identifiée, à partir d'un modèle de front d'onde plaqué sur la signature, avec une résolution potentiellement supérieure aux méthodes existantes,
- Il permet l'identification de I (N^2-N+1) sources cyclostationnaires si les capteurs sont identiques et $I\times N^2$ sources cyclostationnaires si les capteurs sont différents : à diversité de polarisation et/ou à diversité de diagramme et/ou avec du couplage, où I est le nombre de fréquences cycliques traitées,
- Au moyen d'un critère de performances, il permet dévaluer quantitativement la qualité d'estimation du vecteur directeur de chaque source, une comparaison quantitative de deux méthodes pour l'identification d'une source donnée,
- A l'aide d'une étape de sélection des fréquences cycliques, il permet de traiter un nombre de sources supérieur au nombre de sources traitées par la méthode de base.

D'autres caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront mieux à la lecture de la description annexée des figures qui représentent :

- La figure 1 un exemple de réseau de communications,
- La figure 2 une représentation des paramètres d'une source,
- La figure 3 un schéma fonctionnel du procédé selon l'invention,
- La figure 4 un exemple de filtrage spatial,
- Les figures 5 et 6 des exemples de variation du critère de performance en fonction du nombre d'échantillons observés comparant les performances du procédé à 2 méthodes de l'art antérieur.
- Les figures 7 à 9 trois variantes de réalisation du procédé décrit à la figure 3 mettant en œuvre une sélection des fréquences cycliques.

Afin de mieux faire comprendre l'objet de l'invention, l'exemple qui suit est donné à titre illustratif et nullement limitatif pour un réseau de radiocommunication en contexte de multiémissions à Bande étroite, avec des sources ayant des tri-spectres (de cumulants) différents.

Chaque capteur du réseau, composé de N capteurs, reçoit un mélange de P sources à Bande Etroite (BE) supposées statistiquement indépendantes. Sous cette hypothèse, le vecteur des enveloppes complexes des signaux en sortie des capteurs s'écrit :

$$\boldsymbol{x}(t) = \sum_{p=1}^{P} s_p(t)\, \boldsymbol{a}_p + \boldsymbol{b}(t) = A\, \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{b}(t) \qquad (1)$$

où $s_p(t)$ est le signal de la $p^{\text{ième}}$ source ainsi que la $p^{\text{ième}}$ composante du vecteur $\boldsymbol{s}(t)$, $\boldsymbol{b}(t)$ est le vecteur bruit supposé gaussien de covariance quelconque, $\boldsymbol{a}_p$ est la signature ou le vecteur directeur de la $p^{\text{ième}}$ source et A (N x P) est la matrice des vecteurs $\boldsymbol{a}_p$ (vecteurs directeurs des sources).

L'invention a notamment pour objet d'identifier les vecteurs directeurs $\boldsymbol{a}_p$ de chacune des sources lorsqu'en particulier le nombre de sources P est potentiellement supérieur au nombre de capteurs N.

A partir de cette identification, il est ensuite possible d'appliquer des techniques d'extraction des sources par filtrage spatial des observations. L'extraction autodidacte a notamment pour objectif de

restituer les signaux informationnels véhiculés par les sources en n'exploitant (en fonctionnement normal) aucune information a priori sur celles-ci.

Statistique d'ordre 4

Le procédé selon l'invention exploite les statistiques d'ordre 4 des observations correspondant aux moyennes temporelles, $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \langle Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)(t)\rangle$, sur un horizon d'observation infini, de certaines matrices de quadricovariance, $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)(t)$, de dimension $(N^2 \mathrm{x} N^2)$. Les éléments, $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i,\ j,\ k,\ l](t)$, de ces matrices sont par exemple définis par la relation :

$$Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i,j,k,l][t] = \mathrm{Cum}(x_i(t), x_j(t-\tau_1)^*, x_k(t-\tau_2)^*, x_l(t-\tau_3)) \quad (2)$$

où * est le symbole complexe conjugué, $x_i(t)$ est la i ième composante du vecteur $\boldsymbol{x}(t)$, <.> est l'opération de moyennage temporel sur un horizon d'observation infini et (τ_1,τ_2,τ_3) est un triplet de retards. En supposant que $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i,\ j,\ k,\ l]$ est l'élément $[N(i-1)+j,\ N(k-1)+l]$ de la matrice $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$, en supposant que le bruit est gaussien et en utilisant l'expression (1) dans l'expression (2), la matrice de quadricovariance $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ s'écrit de la façon suivante :

$$Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = (A \otimes A^*)\, Q_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (A \otimes A^*)^{\mathrm{H}} \quad (3)$$

où $Q_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est la matrice de quadricovariance moyennée de $\boldsymbol{s}(t)$ de dimension $(P^2 \mathrm{x} P^2)$, $A=[\ \boldsymbol{a}_1\ \ldots\ \boldsymbol{a}_P\,]$, $\otimes$ est le produit de Kronecker et $^{\mathrm{H}}$ désigne le transposé et conjugué. Sous l'hypothèse de sources statistiquement indépendantes la matrice $Q_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est composée d'au moins $P^4 - P$ zéros et l'expression (3) se simplifie de la manière suivante :

$$Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \sum_{p=1}^{P} c_p(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,(a_p \otimes a_p^*)\,(a_p \otimes a_p^*)^{\mathrm{H}} \quad (4a)$$

$$= A_Q\ C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\ A_Q^{\ \mathrm{H}} \quad (4b)$$

où A_Q est une matrice de dimension (N^2x P) définie , par $A_Q = [(\boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_1^*), ..., (\boldsymbol{a}_p \otimes \boldsymbol{a}_p^*)]$, $C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est une matrice diagonale de dimension (P x P) définie par $C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \mathrm{diag}[c_1(\tau_1,\tau_2,\tau_3),..., c_p(\tau_1,\tau_2,\tau_3)]$ et où $c_p(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est défini par :

$$c_p(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \langle \mathrm{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1)^*, s_p(t-\tau_2)^*, s_p(t-\tau_3)) \rangle \quad (5)$$

L'expression (4b) a une structure algébrique similaire à celle de la matrice de corrélation des observations utilisée dans l'algorithme SOBI décrit dans la référence [1]. On notera dans la suite $Q_x = Q_x(0, 0, 0)$, $c_p = c_p(0, 0, 0)$, $C_s = C_s(0, 0, 0)$ pour en déduire de la relation (4b) :

$$Q_x = A_Q\, C_s\, A_Q^{\mathrm{H}} \quad (6)$$

On suppose, dans la suite, que le nombre de sources P est tel que $P \leq N^2$, que la matrice A_Q est de rang plein, que les cumulants moyennés c_p , $1 \leq p \leq P$, sont non nuls (sources non gaussienne) et de même signe et que pour tout couple (i, j) de sources il existe au moins un triplet de retards (τ_1,τ_2,τ_3) tel que $|\tau_1|+|\tau_2|+|\tau_3| \neq 0$ et

$$c_i(\tau_1,\tau_2,\tau_3) \;/\; |c_i| \neq c_j(\tau_1,\tau_2,\tau_3) \;/\; |c_j| \quad (7)$$

Etape de blanchiment à l'ordre 4

La première étape du procédé selon l'invention, dénommé FOBIUM, consiste à orthonormaliser, dans la matrice de quadricovariance Q_x de l'expression (6), les colonnes de la matrice A_Q, considérées comme les vecteurs directeurs virtuels des sources pour le réseau de capteurs considéré. Dans ce but, le procédé considère la décomposition en éléments propres de la matrice hermitienne Q_x, de rang P, donnée par

$$Q_x = E_x\, \Lambda_x\, E_x^{\mathrm{H}} \quad (8)$$

où Λ_x est la matrice diagonale réelle, de dimension (P x P), des P valeurs propres non nulles de Q_x, et E_x est la matrice de dimension (N^2xP) des vecteurs propres orthonormés associés. Pour une matrice A_Q de rang plein,

on peut montrer qu'il y a équivalence entre supposer que les kurtosis des sources sont de même signe ε ($\varepsilon = \pm 1$) et supposer que les valeurs propres de Λ_x sont aussi de même signe ε. Dans ce contexte, il est possible de construire la matrice de blanchiment suivante T de dimension ($P \times N^2$):

$$T = (\Lambda_x)^{-1/2} E_x^{\mathrm{H}} \tag{9}$$

La matrice de blanchiment de dimension ($P \times N^2$) est définie à partir de la racine carrée de la matrice diagonale réelle de dimension (P x P) des P valeurs propres non nulles de la matrice de quadricovariance et du transposé de la matrice des vecteurs propres associés de dimension ($P \times N^2$) où $(\Lambda_x)^{-1/2}$ est l'inverse de la racine carré de Λ_x. Des expressions (6) et (8) on en déduit que :

$$\varepsilon\, T\, Q_x\, T^{\mathrm{H}} = T A_Q\, (\varepsilon\, C_s)\, A_Q^{\mathrm{H}}\, T^{\mathrm{H}} = \mathrm{I}_P \tag{10}$$

où I_P est la matrice identité de dimension ($P \times P$) et où $\varepsilon C_s = \mathrm{diag}[|c_1|, \ldots, |c_P|]$. Cette dernière expression montre que la matrice $TA_Q\,(\varepsilon C_s)^{1/2}$ de dimension ($P \times P$) est une matrice unitaire U. On en déduit alors que :

$$T A_Q = U\, (\varepsilon\, C_s)^{-1/2} \tag{11}$$

Etape d'identification à l'ordre 4

On déduit des expressions (4b) et (11) que :

$$W(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = TQ_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)T^{\mathrm{H}} = U(\varepsilon\, C_s)^{-1/2} C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (\varepsilon C_s)^{-1/2}\, U^{\mathrm{H}} \tag{12}$$

où $W(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est la matrice de quadricovariance blanchie à l'ordre 4 par la matrice Q_x. Cette dernière expression montre que la matrice unitaire U diagonalise les matrices $T\, Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, T^{\mathrm{H}}$ et que les valeurs propres associées sont les termes diagonaux de la matrice diagonale $(\varepsilon C_s)^{-1/2}\, C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (\varepsilon C_s)^{-1/2}$. Pour un triplet de retards donné (τ_1,τ_2,τ_3), la matrice U est unique à une permutation près et à une matrice diagonale unitaire près, lorsque les éléments de la matrice $(\varepsilon C_s)^{-1/2}\, C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (\varepsilon C_s)^{-1/2}$ sont tous différents. Dans le cas contraire, le procédé utilise un ensemble de K triplets $(\tau_1{}^k,\tau_2{}^k,\tau_3{}^k)$, $1 \leq k \leq K$, défini de la manière suivante : pour tous couples de sources (i, j), il existe

au moins un triplet $(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)$, tel que la condition de l'équation (7) soit vérifiée. Dans ces conditions, la matrice unitaire U est la seule matrice U_{sol} qui, à une permutation et une matrice diagonale unitaire près, diagonalise conjointement les K matrices $TxQ_x(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)xT^H$. En conséquence, la matrice U_{sol}, solution du problème précédent, s'écrit en fonction de la matrice unitaire U de la manière suivante :

$$U_{sol} = U \Lambda \Pi \tag{13}$$

où Λ et Π sont respectivement la matrice diagonale unitaire et la matrice de permutation citées précédemment. A partir des équations (11) et (13), il est possible de déduire la matrice A_Q à une matrice diagonale unitaire et de permutation près, qui s'exprime par :

$$T^{\#}\, U_{sol} = [\boldsymbol{b}_1 \ldots \boldsymbol{b}_P] = E_x\, \Lambda_x^{1/2}\, U_{sol} = A_Q\, (\varepsilon\, C_s)^{1/2}\, \Lambda\, \Pi \tag{14}$$

où $T^{\#}$ est la pseudo-inverse de la matrice T. Chaque colonne, $\boldsymbol{b}_l$ $(1 \leq l \leq P)$, de la matrice $T^{\#}\, U_{sol}$ correspond à l'un des vecteurs $\mu_q\, |c_q|^{1/2}\, (\boldsymbol{a}_q \otimes \boldsymbol{a}_q^*)$, $1 \leq q \leq P$, où μ_q est un scalaire complexe tel que $|\mu_q| = 1$. En conséquence, en transformant chaque colonne $\boldsymbol{b}_l$ de la matrice $T^{\#}\, U_{sol}$ en une matrice B_l de dimension $(N \times N)$ tel que $B_l[i,j] = \boldsymbol{b}_l((i-1)N + j)$ $(1 \leq i, j \leq N)$ on en déduit que:

$$\boldsymbol{B}_l = \mu_q\, |c_q|^{1/2}\, \boldsymbol{a}_q\, \boldsymbol{a}_q^{H} \quad \text{pour} \quad (1 \leq l,\ q \leq P) \tag{15}$$

La matrice B_l est construite à partir du vecteur $\boldsymbol{b}_l$ et dépend d'un scalaire complexe, de la racine carrée du cumulant et du vecteur directeur de la $q^{ième}$ source et de son conjugué.

Dans ce contexte le vecteur directeur $\boldsymbol{a}_q$ de la $q^{ième}$ source est associé au vecteur propre de B_l associé à la plus forte valeur propre.

Résumé du principe de l'invention

En résumé, les différentes étapes du procédé selon l'invention comportent au moins les étapes suivantes :

pour L observations vectorielles reçue au cours du temps : $\boldsymbol{x}(lT_e)$ $(1 \leq l \leq L)$, où T_e est la période d'échantillonnage.

Estimation

Etape 1: Estimer, par $\hat{Q}_x$, la matrice de quadricovariance Q_X, à partir des L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$, en utilisant un estimateur non biaisé et asymptotiquement consistant. Suivant la nature des sources, l'estimateur est adapté comme suit :

- *Cas stationnaire et centré* : Estimateur empirique utilisé dans la référence [3].
- *Cas cyclo-stationnaire et centré* : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [10].
- *Cas cyclo-stationnaire et non-centré* : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [11].

Blanchiment

Etape 2: Décomposer en éléments propres la matrice de quadricovariance estimée $\hat{Q}_x$, estimer le nombre de sources P et restreindre cette décomposition en éléments propres, aux P composantes principales : $\hat{Q}_x \approx \hat{E}_x \hat{\Lambda}_x \hat{E}_x^H$, où $\hat{\Lambda}_x$ est la matrice diagonale contenant les P valeurs propres de plus fort module et $\hat{E}_x$ est la matrice contenant les vecteurs propres associés.

Etape 3 : Construire la matrice de blanchiment : $\hat{T} = (\hat{\Lambda}_x)^{-1/2}\, \hat{E}_x^H$.

Sélection des triplets

Etape 4 : Sélectionner K triplets de retards $(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)$ où $|\tau_1{}^k| + |\tau_2{}^k| + |\tau_3{}^k| \neq 0$.

Estimation

Etape 5 : Estimer, par $\hat{Q}_x(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)$, K matrices de quadricovariance $Q_X(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)$. Comme dans l'étape 1 cette estimation dépend notamment des hypothèses faites sur les observations:

- *Cas stationnaire et centré* : Estimateur empirique utilisé dans la référence [3].

- *Cas cyclo-stationnaire et centré* : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [10].
- *Cas cyclo-stationnaire et non-centré* : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [11].

Identification

Etape 6 : Calculer les matrices $\hat{T}\ \hat{Q}_x(\tau_1{}^k,\tau_2{}^k,\tau_3{}^k)\ \hat{T}^H$ et estimer, par $\hat{U}_{sol}$, la matrice unitaire U_{sol} par diagonalisation conjointe des K matrices $\hat{T}\ \hat{Q}_x(\tau_1{}^k,\tau_2{}^k,\tau_3{}^k)\ \hat{T}^H$.

Etape 7 : Calculer $\hat{T}^{\#}\hat{U}_{sol}=[\hat{b}_1 \ldots \hat{b}_P]$ et construire les matrices $\hat{B}_l$ de dimension $(N \times N)$.

Etape 8 : Estimer, par $\hat{a}_P$, les signatures a_q $(1\leq q \leq P)$ des P sources en appliquant une décomposition en élément sur chaque matrice $\hat{B}_l$.

Applications

A l'issue de l'étape 8, le procédé a identifié les vecteurs directeurs de P sources non gaussiennes ayant des tri-spectres différents avec des kurtosis de mêmes signes. $P<N^2$ et P peuvent atteindre $N^2 - N + 1$ ou N^2 selon le type de capteurs utilisés.

A l'aide de ces informations, le procédé peut mettre en œuvre une méthode de goniométrie ou un filtrage spatial d'antennes.

Une méthode de goniométrie permet de déterminer la direction d'arrivée des sources et plus précisément les angles d'azimut, θ_m pour la goniométrie en 1D et azimut et site (θ_m, Δ_m) pour la goniométrie 2D.

La figure 4 représente un filtrage spatial d'antennes, pour des structures spatiales de filtrage. Il permet notamment d'optimiser la réception d'une ou de toutes les sources présentes par filtrage spatial des observations. Lorsque plusieurs sources sont d'intérêt pour le récepteur, on parle de techniques de séparation de sources. Lorsque qu'aucune information a priori n'est exploitée sur les sources, on parle de techniques

autodidactes.

Vérification de la qualité des estimées

Selon une variante de réalisation, le procédé comporte une étape permettant l'évaluation quantitative, pour chaque source, de la qualité de l'identification du vecteur directeur associé.

Ce nouveau critère permet la comparaison intrinsèque de deux méthodes d'identification pour la restitution de la signature d'une source particulière. Ce critère, pour le problème de l'identification, est l'extension de celui proposé dans [5] pour l'extraction. Il est défini par le P-uplet :

$$\mathrm{D}(A, \hat{A}) = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots, \alpha_P) \qquad (16)$$

où

$$\alpha_p = \min_{1 \leq i \leq P} [\mathrm{d}(\boldsymbol{a}_p, \hat{\boldsymbol{a}}_i)] \qquad (17)$$

et où $\mathrm{d}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ est la pseudo-distance entre les vecteurs $\boldsymbol{u}$ et $\boldsymbol{v}$, tel que :

$$\mathrm{d}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = 1 - \frac{\left|\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}\right|^2}{\left(\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}\right)\left(\boldsymbol{v}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}\right)} \qquad (18)$$

Dans les simulations des figures 5 et 6, on est en présence de P=6 sources statistiquement indépendantes reçues sur un réseau circulaire de N=3 capteurs de rayon r tel que r/λ=0.55 (λ: longueur d'onde). Les 6 sources sont des sources QPSK non filtrées ayant 20dB de rapport signal sur bruit avec une période symbole $T = 4T_e$, où T_e est la période d'échantillonnage.

Les incidences des sources sont telles que θ_1=2.16°, θ_2=25.2°, θ_3=50°, θ_4=272.16°, θ_5=315.36°, θ_6=336.96° et les fréquences porteuses associées vérifient $\Delta f_1\, T_e$=0, $\Delta f_2\, T_e$=1/2, $\Delta f_3\, T_e$=1/3, $\Delta f_4\, T_e$=1/5, $\Delta f_5\, T_e$=1/7 et $\Delta f_6\, T_e$=1/11. Les méthodes JADE [3], SOBI [1] et FOBIUM selon l'invention sont appliqués et les performances α_q pour q=1...6 sont évaluées après un

moyennage sur 1000 réalisations. Pour la méthode FOBIUM on choisit K=4 triplets de retards $(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)$ où $\tau_1{}^k = kT_e$ et $\tau_2{}^k = \tau_3{}^k = 0$.

Sous les hypothèses précédentes, la figure 5 montre la variation de α_2 (performances de la 2ième source) en sortie des séparateurs JADE (b), SOBI (c) et FOBIUM (a) en fonction du nombre L d'échantillons. Les courbes montrent d'une part que les méthodes JADE et SOBI ont des difficultés à identifier le vecteur directeur de la 2$^{\text{ième}}$ source dans un contexte de mélange sous-déterminé et que d'autre part la méthode FOBIUM a de très bonnes performances.

La Figure 6 montre, dans le même contexte, les variations de tous les α_p $(1 \leq p \leq 6)$ en sortie de la méthode FOBIUM en fonction de L. La courbe (indice p) est associé à la p$^{\text{ième}}$ source. On remarque que tous les coefficients α_p convergent vers zéros et que asymptotiquement les vecteurs directeurs sont parfaitement identifiés.

Variantes de réalisation cyclique

Les figures 7 et 8 représentent deux exemples de variantes de réalisation selon l'invention dénommées FOBIUM cyclique.

L'idée consiste notamment à introduire une sélectivité par les fréquences cycliques dans le procédé présenté ci-dessus et vise en particulier à identifier de manière autodidacte et avec une capacité de traitement plus importante, des mélanges sous-déterminés de sources cyclostationnaires.

La différence majeure entre les étapes 1 à 8 explicitées ci-dessus et cette variante de réalisation est la mise en œuvre d'une étape d'isolation cyclique des sources par discrimination selon leurs fréquences cycliques à l'ordre 4. De cette façon, il est possible d'identifier séparément les sources

associées à un même paramètre cyclique à l'ordre 4 sans être perturbé par les autres sources traitées séparément.

Les deux variantes présentées aux figures 7 et 8 peuvent être mises en œuvre en réitérant le processus d'isolation cyclique sur les « autres sources » avec d'autres paramètres cycliques. Le processus d'isolation cyclique peut s'appliquer plusieurs fois dans une troisième version illustré sur la figure 9.

Statistiques cycliques d'ordre 4

Les statistiques d'ordre 4 cycliques des observations ou des signaux capteurs utilisées sont caractérisées par les matrices de quadricovariance cyclique $Q_x^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ de dimension $(N^2 \mathrm{x} N^2)$ où les éléments $Q_x^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i, j, k, l]$, sont définis par :

$$Q_x^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,[i, j, k, l] = \langle \mathrm{Cum}(x_i(t), x_j(t-\tau_1)^*, x_k(t-\tau_2)^*, x_l(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t)\rangle$$

$$Q_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,[i, j, k, l] = \langle \mathrm{Cum}(x_i(t), x_j(t-\tau_1)^*, x_k(t-\tau_2), x_l(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t)\rangle$$

$$Q_x^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,[i, j, k, l] = \langle \mathrm{Cum}(x_i(t), x_j(t-\tau_1), x_k(t-\tau_2), x_l(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t)\rangle \quad (19)$$

On note que $Q_x^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est associé au $\varepsilon^{\text{ième}}$ moment d'ordre 4. En posant que $Q_x^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i, j, k, l]$ est l'élément $[N(i-1) + j,\ N(k-1) + l]$ de la matrice $Q_x^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ et supposant que le bruit est gaussien la matrice $Q_x^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$, s'écrit de la façon suivante en utilisant (1) et (19) :

$$Q_x^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = (A \otimes A^*)\, Q_s^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (A \otimes A^*)^H$$

$$Q_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = (A \otimes A^*)\, Q_s^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (A \otimes A)^T$$

$$Q_x^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = (A \otimes A)\, Q_s^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (A \otimes A)^T \quad (20)$$

Où $Q_s^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est une matrice de quadricovariance cyclique de $\mathbf{s}(t)$ de dimension $(P^2 \mathrm{x} P^2)$, $\otimes$ est le produit de Kronecker et ^{T} désigne le transposé. Sous l'hypothèse de sources statistiquement indépendantes la matrice $Q_s^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est composée d'au moins $P^4 - P$ zéros et l'expression (20) se simplifie de la manière suivante :

$$Q_x^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \sum_{p=1}^{P} c_p^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,(a_p \otimes a_p^*)\,(a_p \otimes a_p^*)^H = A_Q\; C_s^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\; A_Q^H$$

$$Q_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \sum_{p=1}^{P} c_p^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,(a_p \otimes a_p^*)\,(a_p \otimes a_p)^T = A_Q\; C_s^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\; B_Q^T$$

$$Q_x^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \sum_{p=1}^{P} c_p^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,(a_p \otimes a_p)\,(a_p \otimes a_p)^T = B_Q\; C_s^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\; B_Q^T \quad (21)$$

où A_Q et B_Q sont des matrices de dimension (N^2 x P) définie par A_Q = $[(a_1 \otimes a_1^*), \ldots, (a_p \otimes a_p^*)]$ et $B_Q = [(a_1 \otimes a_1), \ldots, (a_p \otimes a_p)]$, $C_s^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est une matrice diagonale de dimension (P x P) définie par $C_s^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ = $\mathrm{diag}[c_1^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3), \ldots, c_P^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)]$ et où $c_p^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est défini par :

$$c_p^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \langle \mathrm{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1)^*, s_p(t-\tau_2)^*, s_p(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t)\rangle$$

$$c_p^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \langle \mathrm{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1)^*, s_p(t-\tau_2), s_p(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t)\rangle$$

$$c_p^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \langle \mathrm{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1), s_p(t-\tau_2), s_p(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t)\rangle \quad (22)$$

On note que la quadricovariance classique de (6) vérifie aussi que $Q_x = Q_x^1(0, 0, 0, 0)$, $c_p = c_p^1(0, 0, 0, 0)$, $C_s = C_s^1(0,0, 0, 0)$. En rappelant que $Q_x[i, j, k, l]$ est l'élément $[N(i-1) + j,\ N(k-1) + l]$ de la matrice Q_x, on en déduit:

$$Q_x = A_Q\, C_s\, A_Q^H \quad (23)$$

En posant que $Q_x[i, j, k, l]$ est l'élément $[N(i-1) + l,\ N(k-1) + j]$ de $\widetilde{Q}_x$ on obtient la matrice $\widetilde{Q}_x$ qui s'écrit de la façon suivante :

$$\widetilde{Q}_x = B_Q\, C_s\, B_Q^H \quad (24)$$

Etape de blanchiment

La première étape du procédé cyclique orthonormalise les colonnes des matrices A_Q ou B_Q contenues dans les matrices Q_x ou $\widetilde{Q}_x$ des expressions (23)(24). Les matrices Q_x et $\widetilde{Q}_x$ sont hermitiennes de rang P et vérifient la décomposition en éléments propres suivantes :

$$Q_x = E_x\, \Lambda_x\, E_x^H \quad \text{et} \quad \widetilde{Q}_x = \widetilde{E}_x\; \widetilde{\Lambda}_x\; \widetilde{E}_x^H \quad (25)$$

Où $\hat{\Lambda}_x$ est la matrice diagonale de dimension (P x P) des P valeurs non

nulles de $\widetilde{Q}_x$ et $\widetilde{E}_x$ est la matrice de dimension (N^2xP) des vecteurs propres associés. Pour une matrice B_Q de rang plein, on peut montrer qu'il y a équivalence entre supposer que les kurtosis des sources sont de même signe ε (ε = ±1) et supposer que les valeurs propres de $\widetilde{\Lambda}_x$ sont aussi de même signe ε. Dans ce contexte, il est possible de construire la matrice de blanchiment suivante $\widetilde{T}$ de dimension (P x N^2):

$$\widetilde{T} = (\widetilde{\Lambda}_x)^{-1/2}\, \widetilde{E}_x^{\,\mathrm{H}} \tag{26}$$

où $(\widetilde{\Lambda}_x)^{-1/2}$ est l'inverse de la racine carré de $\widetilde{\Lambda}_x$. Des expressions (24) et (25) on en déduit que :

$$\varepsilon\, \widetilde{T}\, \widetilde{Q}_x\, \widetilde{T}^{\mathrm{H}} = \widetilde{T}\, B_Q\, (\varepsilon C_s)\, B_Q^{\mathrm{H}}\, \widetilde{T}^{\mathrm{H}} = \mathrm{I}_P \tag{27}$$

Cette dernière expression montre que la matrice $\widetilde{T}\, B_Q\, (\varepsilon C_s)^{1/2}$ de dimension (P x P) est une matrice unitaire $\widetilde{U}$. On en déduit alors que :

$$\widetilde{T}\, B_Q = \widetilde{U}\, (\varepsilon C_s)^{-1/2} \tag{28}$$

On rappelle que la matrice T de blanchiment de Q_x vérifie :

$$T A_Q = U (\varepsilon C_s)^{-1/2} \tag{29}$$

Etape d'isolation cyclique

On déduit des expressions (28)(29) et (21) que :

$$W_x^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = T\, Q_x^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, T^{\mathrm{H}} = U (\varepsilon C_s)^{-1/2} C_s^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (\varepsilon C_s)^{-1/2}\, U^{\mathrm{H}}$$

$$W_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = T\, Q_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, \widetilde{T}^{\mathrm{T}} = U (\varepsilon C_s)^{-1/2} C_s^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (\varepsilon C_s)^{-1/2}\, \widetilde{U}^{\mathrm{T}}$$

$$W_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \widetilde{T}\, Q_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, \widetilde{T}^{\mathrm{T}} = \widetilde{U}\, (\varepsilon C_s)^{-1/2} C_s^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\, (\varepsilon C_s)^{-1/2}\, \widetilde{U}^{\mathrm{T}} \tag{30}$$

En présence de P_1 sources vérifiant $c_i^{\varepsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\neq 0$ ($1 \leq i \leq P_1$) la matrice $W_x^{\varepsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est de rang $P_1 \leq P$. Dans ces conditions les matrices unitaires U et $\widetilde{U}$ de dimension PxP peuvent se décomposer en deux sous matrices de dimension PxP_1 et Px$(P - P_1)$ tel que :

$$U = [U_1\ \ U_2] \quad \text{et} \quad \widetilde{U} = [\widetilde{U}_1\ \ \widetilde{U}_2] \tag{31}$$

où les matrices U_1 et $\widetilde{U}_1$ sont de dimension PxP_1 et U_2 et $\widetilde{U}_2$ sont de dimension $Px(P-P_1)$. Les matrices U_1 et $\widetilde{U}_1$ contiennent les vecteurs singuliers associés aux valeurs singulières non nulles de $W_x^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$. On en déduit alors que :

$$W_x^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)=T\,Q_x^1(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,T^H = U_1\,(\varepsilon\,\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{C}_s^{\,1}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,(\varepsilon\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,U_1^H$$

$$W_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)=T\,Q_x^2(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,\widetilde{T}^T = U_1\,(\varepsilon\,\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{C}_s^{\,2}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,(\varepsilon\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{U}_1^T$$

$$W_x^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)=\widetilde{T}\;Q_x^3(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,\widetilde{T}^T = \widetilde{U}_1\,(\varepsilon\,\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{C}_s^{\,3}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,(\varepsilon\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{U}_1^T$$

(32)

Où la matrice $\widetilde{C}_s^{\,\varepsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est une matrice diagonale de dimensions P_1xP_1 composé des éléments diagonaux $c_i^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ non nul de $C_s^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$. La matrice $\widetilde{C}_s = \widetilde{C}_s^{\,1}(0,0,0,0)$ de dimension P_1xP_1 est composée des éléments c_i $(1\leq i\leq P_1)$ correspondants. Dans ces conditions après une décomposition en valeurs singulières de $W_x^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$, on peut déterminer les matrices T_1 et $\widetilde{T}_1$ à partir des vecteurs singuliers associé aux valeurs singulières non nulles et T_2 et $\widetilde{T}_2$ à partir des vecteurs singuliers associé aux valeurs singulières nulles tel que :

$$T_1 = U_1\,\Pi_1^H\ ,\ T_2 = U_2\,\Pi_2^H,\ \widetilde{T}_1 = \widetilde{U}_1\,\widetilde{\Pi}_1^H \text{ et } \widetilde{T}_2 = \widetilde{U}_2\,\widetilde{\Pi}_2^H \qquad (33)$$

Où les matrices sont Π_1, Π_2, $\widetilde{\Pi}_1$ et $\widetilde{\Pi}_2$ sont unitaires. On peut construire à partir de $W_x^{\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$ une matrice $\widetilde{W}_x^{\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$ dépendant uniquement des sources de paramètres cyclique $(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3,\varepsilon)$ tel que $c_i^\varepsilon(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)\neq 0$. Pour ce faire on effectue le calcul suivant :

$$\widetilde{W}_x^1(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')= T_1^H\,W_x^1(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\,T_1 = \Pi_1\,(\varepsilon\,\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{C}_s^{\,1}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\,(\varepsilon\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\Pi_1^H$$

$$\widetilde{W}_x^2(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')= T_1^H\,W_x^2(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\,\widetilde{T}_1^{\,*} = \Pi_1\,(\varepsilon\,\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{C}_s^{\,2}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\,(\varepsilon\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{\Pi}_1^T$$

$$\widetilde{W}_x^3(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')= \widetilde{T}_1^H\,W_x^3(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\,\widetilde{T}_1^{\,*} = \widetilde{\Pi}_1\,(\varepsilon\,\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{C}_s^{\,3}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\,(\varepsilon\widetilde{C}_s)^{-1/2}\,\widetilde{\Pi}_1^T$$

(34)

De même on peut construire à partir de $W_x^{\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$ une matrice $\tilde{\tilde{W}}_x^{\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$ ne dépendant pas des sources de paramètres cyclique $(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3,\varepsilon)$ tel que $c_i^{\varepsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)=0$: Autres sources. Pour ce faire on effectue le calcul suivant :

$$\tilde{\tilde{W}}_x^1(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')= T_2^H\, W_x^1(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, T_2 = \Pi_2\, (\varepsilon\, \tilde{\tilde{C}}_s)^{-1/2<}\, \tilde{\tilde{C}}_s^{\,1}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, (\varepsilon\tilde{\tilde{C}}_s)^{-1/2}\, \Pi_2^H$$

$$\tilde{\tilde{W}}_x^2(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')= T_2^H\, W_x^2(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, \tilde{T}_2^{\,*} = \Pi_2\, (\varepsilon\, \tilde{\tilde{C}}_s)^{-1/2}\, \tilde{\tilde{C}}_s^{\,2}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, (\varepsilon\tilde{\tilde{C}}_s)^{-1/2}\, \tilde{\Pi}_2^{\,T}$$

$$\tilde{\tilde{W}}_x^3(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')= \tilde{T}_2^{\,H}\, W_x^3(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, \tilde{T}_2^{\,*} = \tilde{\Pi}_2\, (\varepsilon\, \tilde{\tilde{C}}_s)^{-1/2}\, \tilde{\tilde{C}}_s^{\,3}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, (\varepsilon\tilde{C}_s)^{-1/2}\, \tilde{\Pi}_2^{\,T}$$
(35)

Où la matrice $\tilde{\tilde{C}}_s^{\,\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$ est une matrice diagonale de dimensions $(P-P_1)\mathrm{x}(P-P_1)$ composé des éléments diagonaux $c_i^{\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$ tel que les $c_i^{\varepsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ correspondants sont nuls. La matrice $\tilde{\tilde{C}}_s$ de dimension $(P-P_1)\mathrm{x}(P-P_1)$ est composé des éléments c_i $(1\leq i\leq P_1)$ correspondants.

En particulier dans la 1ière version de cette variante on peut effectué l'isolation cyclique en $\alpha'=0$ et $\varepsilon'=1$. En posant $W(\tau_1',\tau_2',\tau_3') = W_x^{\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$, $\tilde{C}_s(\tau_1',\tau_2',\tau_3')=\tilde{C}_s^{\,\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$ et $\tilde{\tilde{C}}_s(\tau_1',\tau_2',\tau_3')= \tilde{\tilde{C}}_s^{\,\varepsilon'}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3')$, les équations (34) et (35) deviennent :

$$\tilde{W}_x(\tau_1',\tau_2',\tau_3')= T_1^H\, W_x(\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, T_1 = \Pi_1\, (\varepsilon\, \tilde{C}_s)^{-1/2}\, \tilde{C}_s(\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, (\varepsilon\tilde{C}_s)^{-1/2}\, \Pi_1^H$$
(36)

$$\tilde{\tilde{W}}_x(\tau_1',\tau_2',\tau_3')= T_2^H\, W_x(\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, T_2 = \Pi_2\, (\varepsilon\, \tilde{\tilde{C}}_s)^{-1/2}\, \tilde{\tilde{C}}_s(\tau_1',\tau_2',\tau_3')\, (\varepsilon\tilde{\tilde{C}}_s)^{-1/2}\, \Pi_2^H$$
(37)

Etape d'identification

Les équations (34) et (36) montrent que l'on peut identifier les matrices unitaires Π_1 et $\tilde{\Pi}_1$ associées aux sources de paramètres cyclique $(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3,\varepsilon)$ en effectuant la SVD(Singular Value Decomposition) conjointe des matrices $\tilde{W}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)$ pour $1\leq j\leq K$. Ainsi pour estimer la matrice unitaire de gauche on effectue la diagonalisation conjointe des matrices :

$$\widetilde{W}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)\ \widetilde{W}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)^{\mathrm{H}} \quad \text{pour } 1\leq j\leq K \tag{38}$$

et pour estimer la matrices unitaires de droites on effectue la diagonalisation conjointe des matrices :

$$\widetilde{W}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)^{\mathrm{H}}\ \widetilde{W}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j) \quad \text{pour } 1\leq j\leq K \tag{39}$$

Pour estimer les matrices unitaires Π_2 et $\widetilde{\Pi}_2$ associées aux sources non associées aux paramètres cyclique $(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3,\varepsilon)$, on effectue la SVD conjointe des matrices $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)$ pour $1\leq j\leq K$ en diagonalisant conjointement les matrices $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)\ \widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)^{\mathrm{H}}$ puis les matrices $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)^{\mathrm{H}}\ \widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon^j}(\alpha^j,\tau_1{}^j,\tau_2{}^j,\tau_3{}^j)$.

Connaissant Π_1 et Π_2, on déduit de l'équation (33), à une matrice de permutation près, les matrices unitaires U_1, U_2 et U en effectuant :

$$U_1 = T_1\,\Pi_1 \quad , \quad U_2 = T_2\,\Pi_2 \quad \text{et} \quad U = [\,U_1\ U_2] \tag{40}$$

On peut déduire des équations (9) et (29) la matrice A_Q à une matrice diagonale et de permutation près, tel que :

$$T^{\#}.U = [\boldsymbol{b}_1\ldots\boldsymbol{b}_P] = E_x\,\Lambda_x^{1/2} = A_Q\,(\varepsilon\,C_s)^{1/2}\,\Lambda\,\Pi \tag{41}$$

où $T^{\#}$ est la pseudo-inverse de la matrice T. Chaque colonne , $\boldsymbol{b}_l$ $(1\leq l\leq P)$, de la matrice $T^{\#}U$ est associé à un vecteur $\mu_q\,|c_q|^{1/2}\,(\boldsymbol{a}_q\otimes\boldsymbol{a}_q^{*})$, $1\leq q\leq P$, où μ_q est un scalaire complexe tel que $|\mu_q| = 1$. En conséquence, en transformant chaque colonne $\boldsymbol{b}_l$ de la matrice $T^{\#}U$ en une matrice B_l de dimension $(N \times N)$ tel que $B_l[i,j] = \boldsymbol{b}_l((i-1)N+j)$ $(1\leq i,j\leq N)$ on en déduit que:

$$\boldsymbol{B}_l = \mu_q\,|c_q|^{1/2}\,\boldsymbol{a}_q\,\boldsymbol{a}_q^{\mathrm{H}} \quad \text{pour} \quad (1\leq l\,,\ q\leq P) \tag{42}$$

Dans ce contexte le vecteur directeur $\boldsymbol{a}_q$ de la $q^{\text{ième}}$ source est associé au vecteur propre de B_l associé à la plus forte valeur propre.

Récapitulation de la première version du procédé cyclique

En résumé, les étapes de la $1^{\text{ière}}$ version du procédé cyclique sont résumées ci-dessous et sont appliquées sur L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$ $(1\leq l\leq L)$

des signaux reçus sur les capteurs (T_e: période d'échantillonnage).

Estimation

Etape-1: Estimation des matrices Q_x et $\widetilde{Q}_x$ à partir des L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$. L'estimation de ces matrices va dépendre des hypothèses suivantes :

• *Cas stationnaire et centrés* : Estimateur empirique utilisé dans la référence [3].

• *Cas cyclo-stationnaire et centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [10].

• *Cas cyclo-stationnaire et non-centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [11].

Balnchiment

Etape-2 : Décomposition en éléments propres des estimées des matrices Q_x et $\widetilde{Q}_x$. A partir de ces décompositions, estimation du nombre de sources P et utilisation des P valeurs propres principales tel que :

$Q_x \approx E_x \Lambda_x E_x^H$ et $\widetilde{Q}_x = \widetilde{E}_x \ \widetilde{\Lambda}_x \widetilde{E}_x^H$ où Λ_x et $\widetilde{\Lambda}_x$ sont des matrices diagonales contenant les P valeurs propres de plus fort module et E_x et $\widetilde{E}_x$ sont les matrices contenant les vecteurs propres associés.

Etape-3 : Construction des matrices de blanchiment : $T = (\Lambda_x)^{-1/2} E_x^H$ et $\widetilde{T} = (\widetilde{\Lambda}_x)^{-1/2} \widetilde{E}_x^H$

Etape-4 : Sélection des paramètres cycliques (α, τ_1, τ_2, τ_3, ε) et estimation de la matrice $Q_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ à partir des L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$. L'estimation de cette matrice va dépendre des hypothèses suivantes sur les signaux :

• *Cas stationnaire et centrés* : Estimateur empirique utilisé dans la référence [3].

• *Cas cyclo-stationnaire et centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [10].

• *Cas cyclo-stationnaire et non-centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [11].

Etape-5 : Calcul d'une matrice $W_x^\varepsilon(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ de (30) à partir des matrices $Q_x^\varepsilon(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$, T et $\widetilde{T}$. Après une décomposition en valeurs singulières de $W_x^\varepsilon(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$, détermination des matrices unitaires T_1 et $\widetilde{T}_1$ associé aux valeurs singulières non nulles et T_2 et $\widetilde{T}_2$ associé aux valeurs singulières nulles.

Sélection

Etape-6 : Sélection de K triplets de retards $(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ où $|\tau_1^k| + |\tau_2^k| + |\tau_3^k| \neq 0$.

Estimation

Etape-7: Estimation des K matrices $Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ de (2). Comme dans l'étape-1 cette estimation va dépendre des hypothèses faite sur le signal tel que :

• *Cas stationnaire et centrés* : Estimateur empirique utilisé dans [3].

• *Cas cyclo-stationnaire et centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans [10].

• *Cas cyclo-stationnaire et non-centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans [11].

Identification

Etape-8 : Calcul des matrices $T_1\ Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)\ T_1^H$ et estimation de la matrice unitaire U_1 (associé aux paramètres cycliques $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$) en effectuant la diagonalisation conjointe des K matrices :

$T_1\ Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)\ T_1^H$.

Etape-9 : Calcul des matrices $T_2\ Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)\ T_2^H$ et estimation de la matrice unitaire U_2 (associé aux autres sources) en effectuant la diagonalisation conjointe des K matrices $T_2\ Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)\ T_2^H$.

Etape-10 : Calcul de la matrice unitaire U en effectuant : $U = [U_1\ \ U_2]$

Etape-11: Calcul de $T^{\#}U = [\boldsymbol{b}_1 \ldots \boldsymbol{b}_P]$ et construction des matrices B_l de dimension ($N \times N$) à partir des colonnes b_l de $T^{\#}U$.

Etape-12: Estimation des signatures a_q ($1 \leq q \leq P$) des P sources en appliquant une décomposition en élément sur chaque matrice B_l.

Récapitulation de la deuxième version du procédé cyclique

Les étapes de la 2ième version de la méthode FOBIUM cyclique sont résumées ci-dessous et sont appliquées sur L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$ ($1 \leq l \leq L$) des signaux reçus sur les capteurs (T_e: période d'échantillonnage).

Etape-1: Estimation des estimées des matrices Q_x et $\widetilde{Q}_x$ à partir des L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$. L'estimation de ces matrices va dépendre des hypothèses suivantes :

- *Cas stationnaire et centrés* : Estimateur empirique utilisé dans [3].
- *Cas cyclo-stationnaire et centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans [10].
- *Cas cyclo-stationnaire et non-centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans [11].

Etape-2: Décomposition en éléments propres des matrices Q_X et $\widetilde{Q}_x$. A partir de ces décompositions, estimation du nombre de sources P et utilisation des P valeurs propres principales tel que : $Q_X \approx E_x \Lambda_x E_x^H$ et $\widetilde{Q}_x = \widetilde{E}_x \widetilde{\Lambda}_x \widetilde{E}_x^H$ où Λ_x et $\widetilde{\Lambda}_x$ sont des matrices diagonales contenant les P valeurs propres de plus fort module et E_x et $\widetilde{E}_x$ sont les matrices contenant les vecteurs propres associés.

Etape-3: Construction des matrices de blanchiment : $T = (\Lambda_x)^{-1/2} E_x^H$ et $\widetilde{T} = (\widetilde{\Lambda}_x)^{-1/2} \widetilde{E}_x^H$

Etape-4: Sélection des paramètres cycliques ($\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon$) et estimation de la matrice $Q_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ à partir des L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$. L'estimation de cette matrice va dépendre des hypothèses suivantes sur les signaux :

- *Cas stationnaire et centrés* : Estimateur empirique utilisé dans [3].
- *Cas cyclo-stationnaire et centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans [10].
- *Cas cyclo-stationnaire et non-centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans [11].

Etape-5: Calcul d'une matrice $W_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ de (30) à partir des matrices $Q_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$, T et $\widetilde{T}$. Après une décomposition en valeurs singulières de $W_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$, détermination des matrices unitaires T_1 et $\widetilde{T}_1$ associé aux valeurs singulières non nulles et T_2 et $\widetilde{T}_2$ associé aux valeurs singulières nulles.

Etape-6: Sélection de K ensembles de paramètres $(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k, \varepsilon^k)$.

Etape-7: Estimation des K matrices $Q_x^{\varepsilon k}(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ de (19). Comme dans l'étape-1 cette estimation va dépendre des hypothèses faite sur le signal tel que :

- *Cas stationnaire et centrés* : Estimateur empirique utilisé dans [3].
- *Cas cyclo-stationnaire et centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans [10].
- *Cas cyclo-stationnaire et non-centrés* : Estimateur mis en oeuvre dans [11].

Etape-8 : Calcul des matrices $T_1\ Q_x^{\varepsilon k}(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)\ T_1^H$ et estimation de la matrice unitaire U_1 ou $\widetilde{U}_1$ (associé aux paramètres cycliques $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$) en effectuant la SVD conjointe des K matrices : $T_1\ Q_x^{\varepsilon k}(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)\ T_1^H$.

Etape-9 : Calcul des matrices $T_2\ Q_x^{\varepsilon k}(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)\ T_2^H$ et estimation de la matrice unitaire U_2 ou $\widetilde{U}_2$ (associé aux paramètres cycliques $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$) en effectuant la SVD conjointe des K matrices : $T_2\ Q_x^{\varepsilon k}(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)\ T_2^H$.

Etape-10 : Calcul de la matrice unitaire U en effectuant : $U = [U_1\ \ U_2]$

Etape-11: Calcul de $T^{\#}U = [\mathbf{b}_1 \ldots \mathbf{b}_P]$ et construction des matrices B_l de dimension $(N \times N)$ à partir des colonnes b_l de $T^{\#}U$.

Etape-12: Estimation des signatures a_q $(1 \leq q \leq P)$ des P sources en appliquant une décomposition en élément sur chaque matrice B_l.

Bibliographie

[1] A. Belouchrani, K. Abed – Meraim, J.F. Cardoso, E. Moulines, "A blind source separation technique using second-order statistics", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, Vol.45, N°2, pp. 434-444, Feb. 1997.

[2] JF. Cardoso, "Super-symmetric decomposition of the fourth order cumulant tensor", *ICASSP 1991*.

[3] J.F. Cardoso, A. Souloumiac, "Blind beamforming for non-gaussian signals", *IEE Proceedings-F*, Vol.140, N°6, pp. 362-370, Dec. 1993.

[4] P.Chevalier, G.Benoit, A.Ferréol « Direction finding after blind identification of sources steering vectors: The blind-maxcor and blind-MUSIC methods» , EUSIPCO , Trieste , pp 2097-2100 , 1996

[5] P. Chevalier, "Optimal separation of independent narrow-band sources : concept and performance", *Sig. Proc.*, Elsevier, Vol.73, pp 27-47, 1999.

[6] P. Chevalier, A.Ferréol , "On the virtual array concept for the fourth-order direction finding problem", *IEEE trans on signal processing*, Vol.47, N°9, pp. 2592-2595, Sept. 1999.

[7] P. Comon, "Independent component analysis – a new concept ?", *Sig. Proc.*, Elsevier, Vol.36, N°3, Ap. 1994.

[8] P. Comon "Blind channel identification and extraction of more sources than sensors", *SPIE Conf Adv Proc VIII , San Diego*, July 1998.

[9] L. De Lathauwer, B. De Moor , J.Vandewalle , "ICA techniques for more sources than sensors", Proc *IEEE Processing Workshop on Higher Order Statistics*, Caesarea, Israel , June 1999.

[10] A. Ferréol, P. Chevalier, "On the behavior of current second and higher order blind source separation methods for cyclostationary sources", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, Vol.48, N°6, pp. 1712-1725, June 2000.

[11] A. Ferréol, P. Chevalier, L. Albera " Higher order blind separation of

non zero-mean cyclostationnary sources ", *(EUSPICO 2002)*, Toulouse, Sept. 2002.

[12] A. Ferréol, P. Chevalier, L. Albera " Procédé de traitement d'antennes sur des signaux cyclostationnaires non centrés ", *Brevet de* Mai. 2002.

[13] A. Ferréol, P. Chevalier " Higher order blind source separation using the cyclostationarity property of the signals ", ICASSP Munich, Vol 5, pp4061-4064, 1997

[14] A. Ferréol, P. Chevalier " Higher order blind source separation using the cyclostationarity property of the signals ", ICASSP Munich, Vol 5, pp4061-4064, 1997

[10] A. Taleb "An algorithm for the blind identification of *N* independent signal with 2 sensors", *16th symposium on signal processing and its applications (ISSPA 2001)*, Kuala-Lumpur, Aug. 2001.

REVENDICATIONS

1 – Procédé d'identification autodidacte à l'ordre 4 de signatures d'au moins deux sources dans un système comportant un nombre de sources P et un nombre N de capteurs de réception recevant les observations, lesdites sources ayant des tri-spectres différents caractérisé en ce qu'il comporte au moins les étapes suivantes :

a) une étape de blanchiment à l'ordre 4 des observations reçues sur les capteurs de réception afin d'orthonormaliser les vecteurs directeurs des sources dans les matrices de quadricovariance des observations exploitées,

b) une étape de diagonalisation conjointe de plusieurs matrices de quadricovariance blanchies (étape a) afin d'identifier les signatures spatiales des sources.

2 – Procédé selon la revendication 1 caractérisé en ce que les observations utilisées correspondent aux matrices de quadricovariance moyennées temporellement définies par

$$Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \sum_{p=1}^{P} c_p(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\,(a_p \otimes a_p^{*})\,(a_p \otimes a_p^{*})^{H} \quad (4a)$$

$$= A_Q\ C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\ A_Q^{H} \quad (4b)$$

où A_Q est une matrice de dimension (N^2x P) définie par $A_Q = [(\boldsymbol{a}_1\otimes\boldsymbol{a}_1^{*}), \ldots, (\boldsymbol{a}_p\otimes\boldsymbol{a}_p^{*})]$, $C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est une matrice diagonale de dimension (P x P) définie par $C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \mathrm{diag}[c_1(\tau_1,\tau_2,\tau_3),\ldots, c_p(\tau_1,\tau_2,\tau_3)]$ et où $c_p(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est défini par :

$$c_p(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = \langle \mathrm{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1)^{*}, s_p(t-\tau_2)^{*}, s_p(t-\tau_3)) \rangle \quad (5)$$

3 – Procédé selon la revendication 2 caractérisé en ce qu'il comporte au moins les étapes suivantes

Etape 1 : estimer, par $\hat{Q}_x$, la matrice Q_X, à partir des L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$ en utilisant un estimateur non biaisé et asymptotiquement consistant.

Etape 2 : décomposer en éléments propres $\hat{Q}_x$, estimer le nombre de sources P et restreindre la décomposition en éléments propres aux P composantes principales : $\hat{Q}_x \approx \hat{E}_x \; \hat{\Lambda}_x \; \hat{E}_x{}^H$, où $\hat{\Lambda}_x$ est la matrice diagonale contenant les P valeurs propres de plus fort module et $\hat{E}_x$ est la matrice contenant les vecteurs propres associés.

Etape 3 : construire la matrice de blanchiment : $\hat{T} = (\hat{\Lambda}_x)^{-1/2} \; \hat{E}_x{}^H$.

Etape 4 : sélectionner K triplets de retards $(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)$ où $|\tau_1{}^k| + |\tau_2{}^k| + |\tau_3{}^k| \neq 0$.

Etape 5 : estimer , par $\hat{Q}_x(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)$, les K matrices $Q_x(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k)$.

Etape 6 : calculer les matrices $\hat{T} \; \hat{Q}_x(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k) \; \hat{T}^H$ et estimer, $\hat{U}_{sol}$, la matrice unitaire U_{sol} par diagonalisation conjointe des K matrices $\hat{T} \; \hat{Q}_x(\tau_1{}^k, \tau_2{}^k, \tau_3{}^k) \; \hat{T}^H$

Etape 7 : calculer $\hat{T}^{\#} \hat{U}_{sol} = [\hat{b}_1 \ldots \hat{b}_P]$ et construire des matrices $\hat{B}_l$ de dimension (N x N).

Etape 8: estimer, par $\hat{a}_P$, les signatures a_q ($1 \leq q \leq P$) des P sources en appliquant une décomposition en élément sur chaque matrice $\hat{B}_L$.

4 – Procédé selon l'une des revendications 1 à 3 caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape d'évaluation de la qualité de l'identification du vecteur directeur associé en utilisant un critère tel que

$$D(A, \hat{A}) = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots, \alpha_P) \tag{16}$$

où

$$\alpha_p = \min_{1 \leq i \leq P} [d(\boldsymbol{a}_p, \hat{\boldsymbol{a}}_i)] \tag{17}$$

et où $d(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ est la pseudo-distance entre les vecteurs $\boldsymbol{u}$ et $\boldsymbol{v}$, tel que :

$$d(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = 1 - \frac{|\boldsymbol{u}^H \boldsymbol{v}|^2}{(\boldsymbol{u}^H \boldsymbol{u})(\boldsymbol{v}^H \boldsymbol{v})} \tag{18}$$

5 – Procédé selon l'une des revendications 1 à 3 caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape d'isolation cyclique à l'ordre 4 après l'étape a) de blanchiment à l'ordre 4.

6 – Procédé selon la revendication 5 caractérisé en ce que l'étape d'identification est réalisée en utilisant des statistiques cycliques d'ordre 4.

7 – Procédé selon l'une des revendications 1 à 6 caractérisé en ce que le nombre de sources P est supérieur ou égal au nombre de capteurs.

8 – Procédé selon l'une des revendications 1 à 7 caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape de goniométrie à partir de la signature identifiée des sources.

9 – Procédé selon l'une des revendications 1 à 7 caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape de filtrage spatial après la signature identifiée des sources.

10 – Utilisation du procédé selon l'une des revendications 1 à 9 à un réseau de communication.

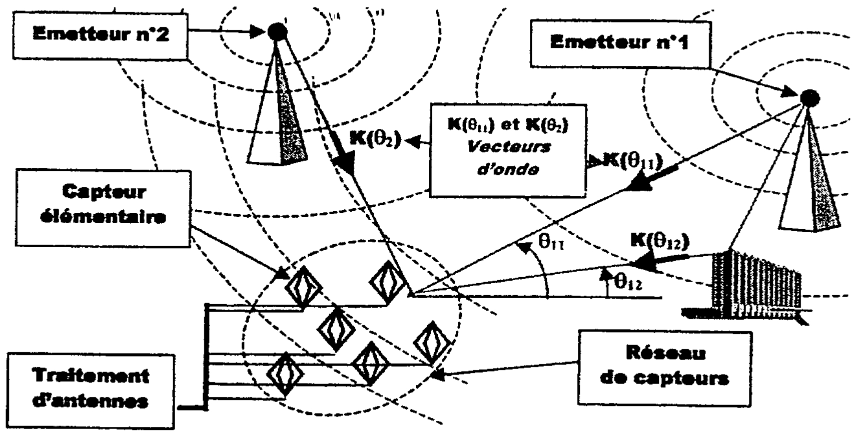


FIG.1

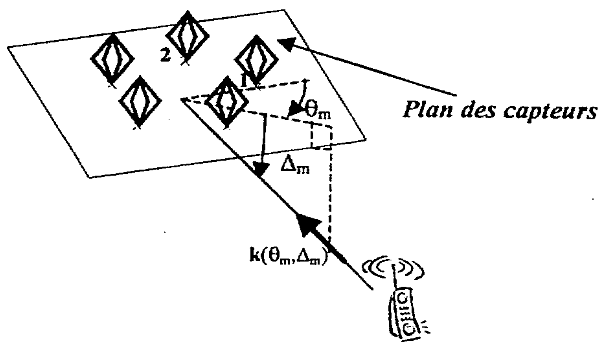


FIG.2

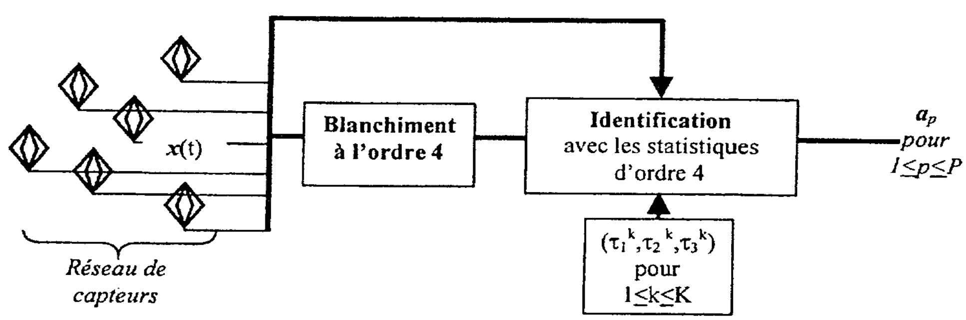


FIG.3

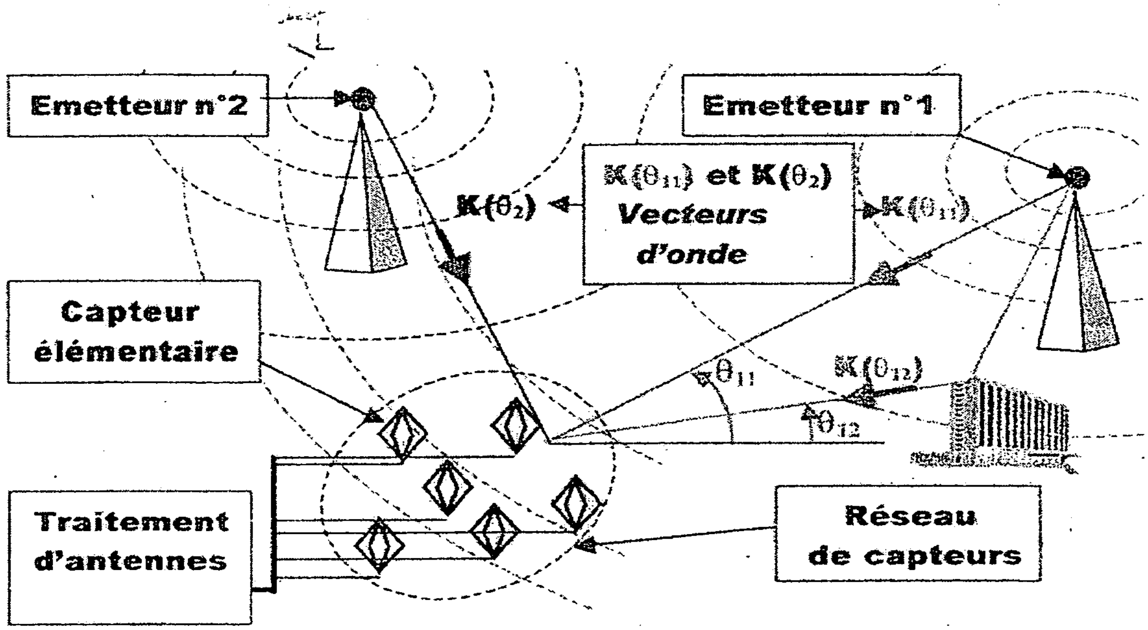

Emetteur n°2
Emetteur n°1
$\mathbb{K}(\theta_{11})$ et $\mathbb{K}(\theta_2)$
Vecteurs
d'onde
$\mathbb{K}(\theta_2)$
$\mathbb{K}(\theta_{11})$
Capteur
élémentaire
θ_{11}
$\mathbb{K}(\theta_{12})$
θ_{12}
Traitement
d'antennes
Réseau
de capteurs

FIG.1

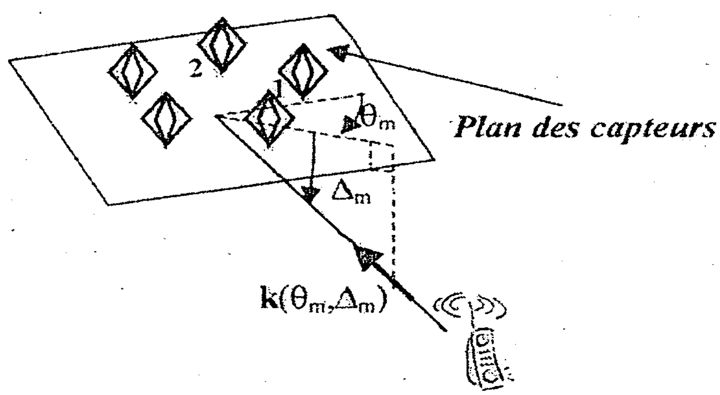

2
1
θ_m
Plan des capteurs
Δ_m
$k(\theta_m,\Delta_m)$

FIG.2

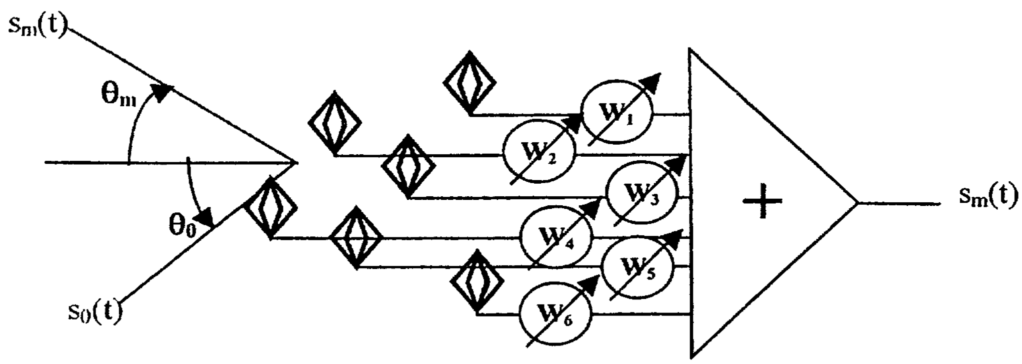


FIG.4

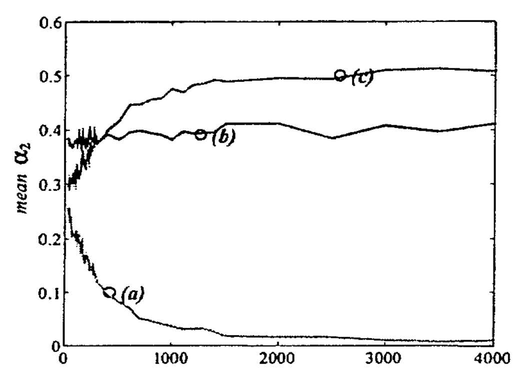


FIG.5

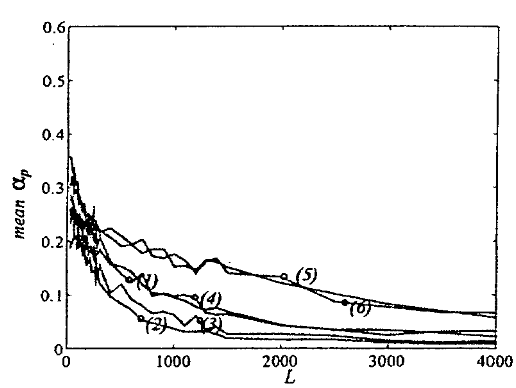
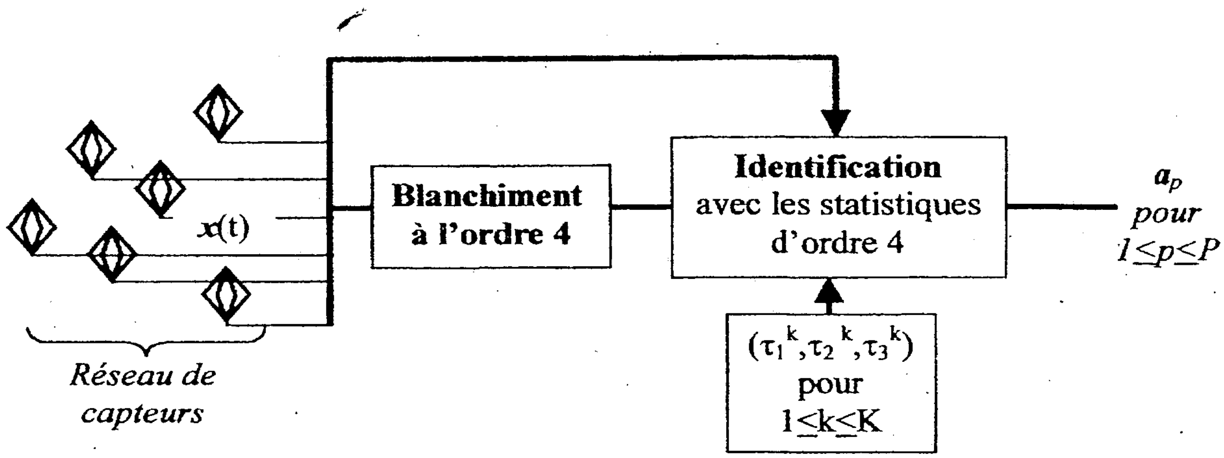
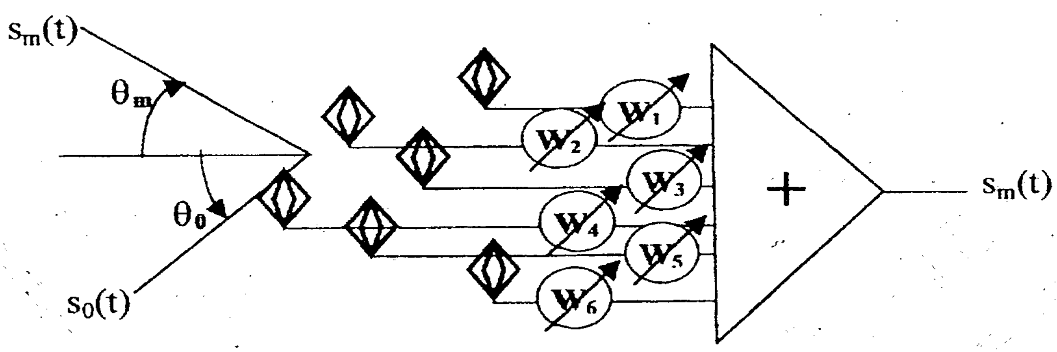


FIG.6



Blanchiment à l'ordre 4
Identification avec les statistiques d'ordre 4
x(t)
a_p pour $1 \leq p \leq P$
$(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ pour $1 \leq k \leq K$
Réseau de capteurs

FIG.3



$s_m(t)$
θ_m
θ_0
$s_0(t)$
W_1
W_2
W_3
W_4
W_5
W_6
+
$s_m(t)$

FIG.4

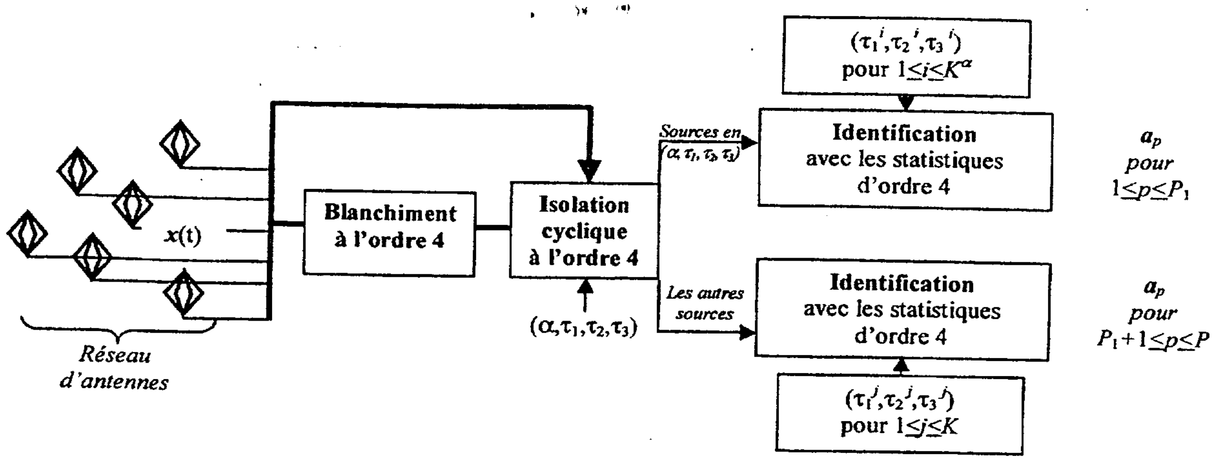


FIG.7

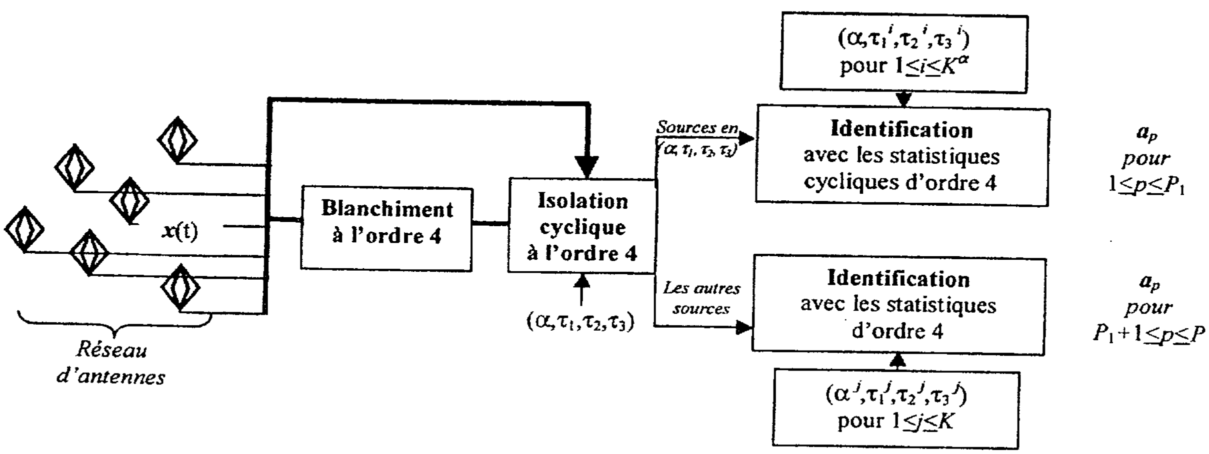


FIG.8

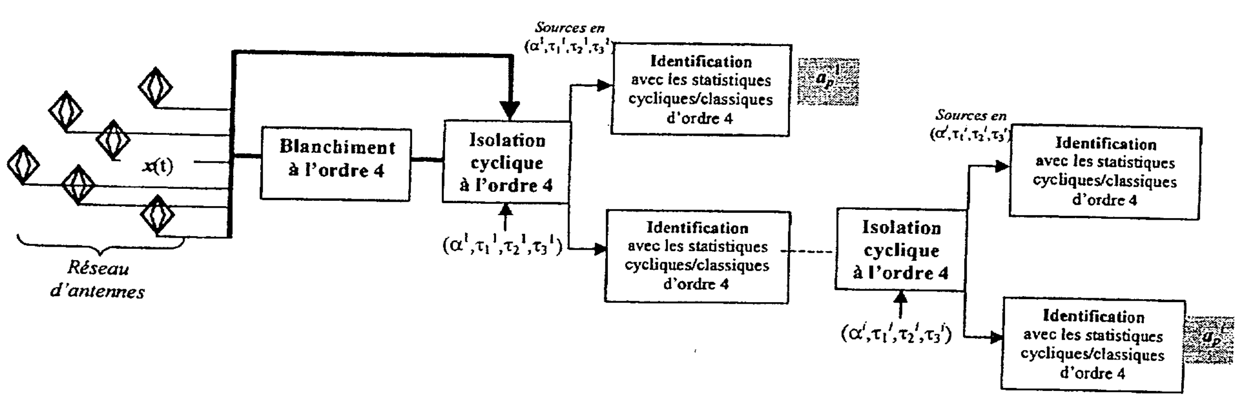


FIG.9

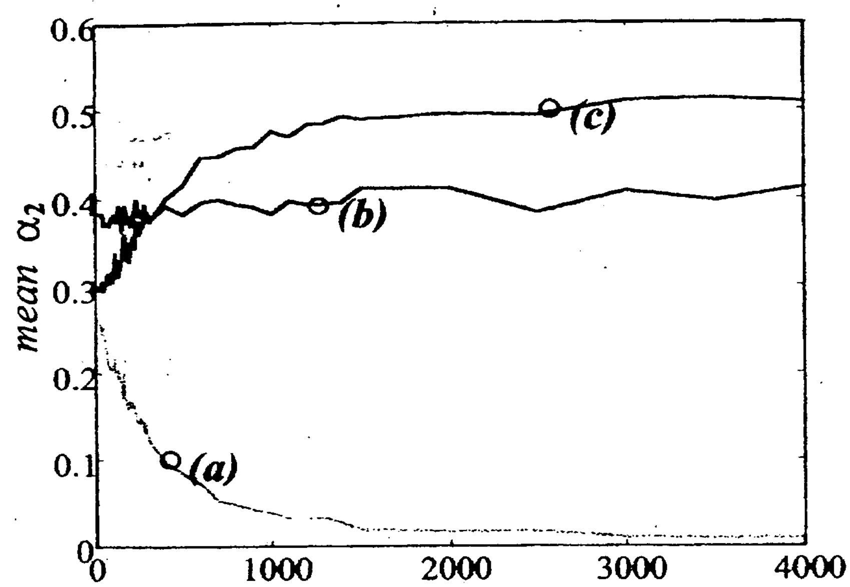

0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
mean α_2
(a)
(b)
(c)
0
1000
2000
3000
4000

FIG.5

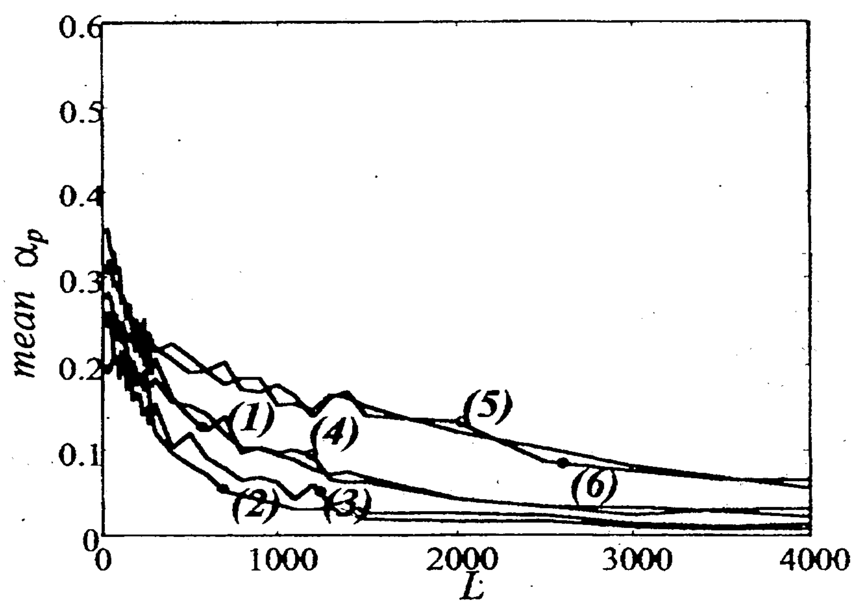

0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
mean α_p
(1)
(2)
(3)
(4)
(5)
(6)
0
1000
2000
3000
4000
L

FIG.6

reçue le 01/08/03

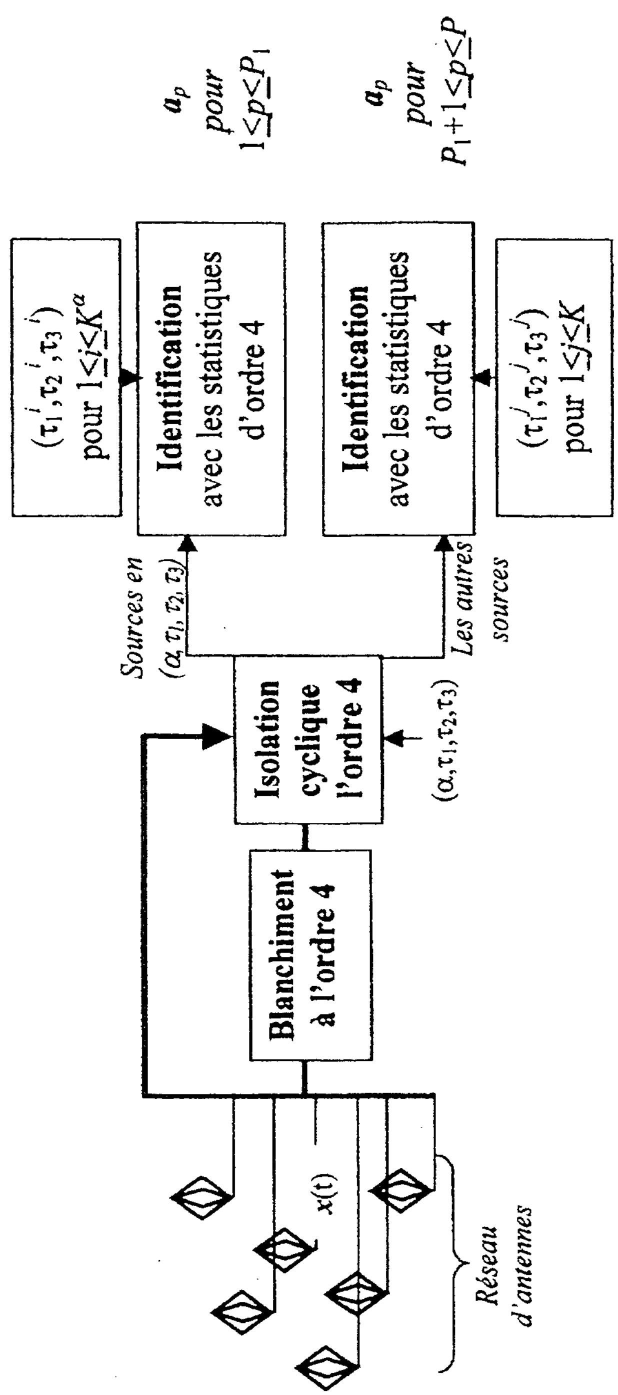


FIG.7

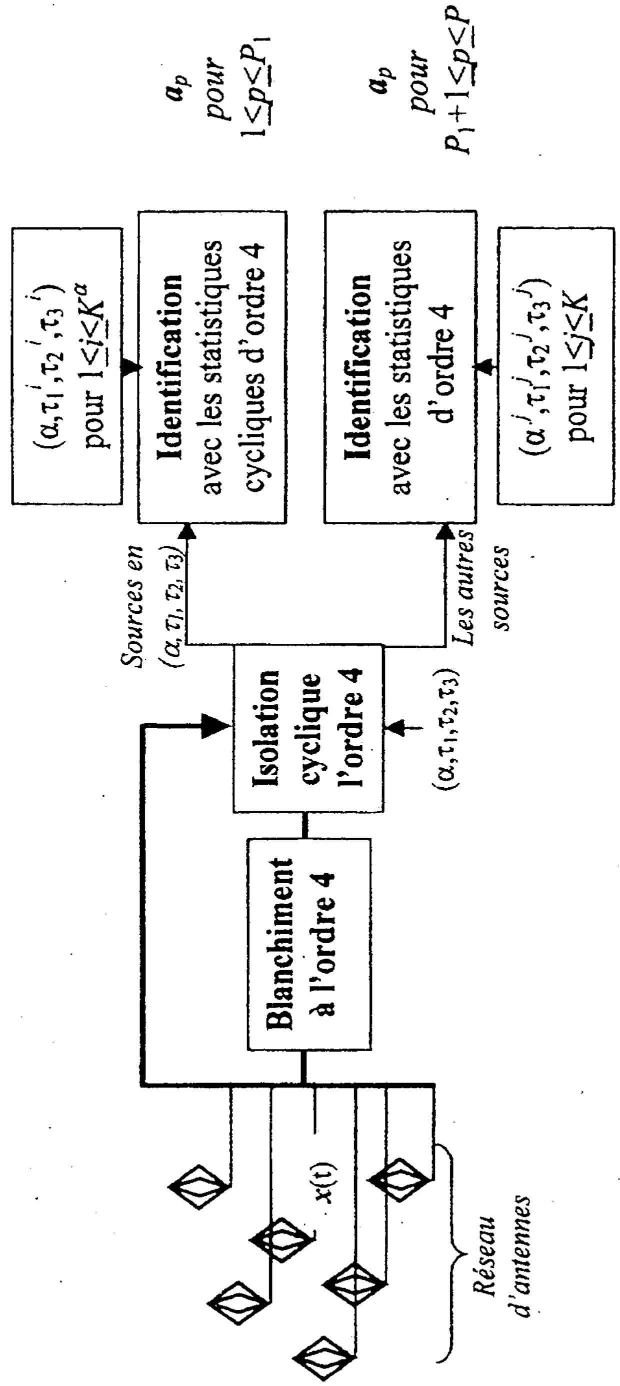

Réseau d'antennes
$x(t)$
Blanchiment à l'ordre 4
Isolation cyclique l'ordre 4
$(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$
Sources en $(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$
Les autres sources
$(\alpha,\tau_1^j,\tau_2^j,\tau_3^j)$ pour $1\leq j\leq K^\alpha$
Identification avec les statistiques cycliques d'ordre 4
Identification avec les statistiques d'ordre 4
$(\alpha^j,\tau_1^j,\tau_2^j,\tau_3^j)$ pour $1\leq j\leq K$
a_p pour $1\leq p\leq P_1$
a_p pour $P_1+1\leq p\leq P$

FIG.8

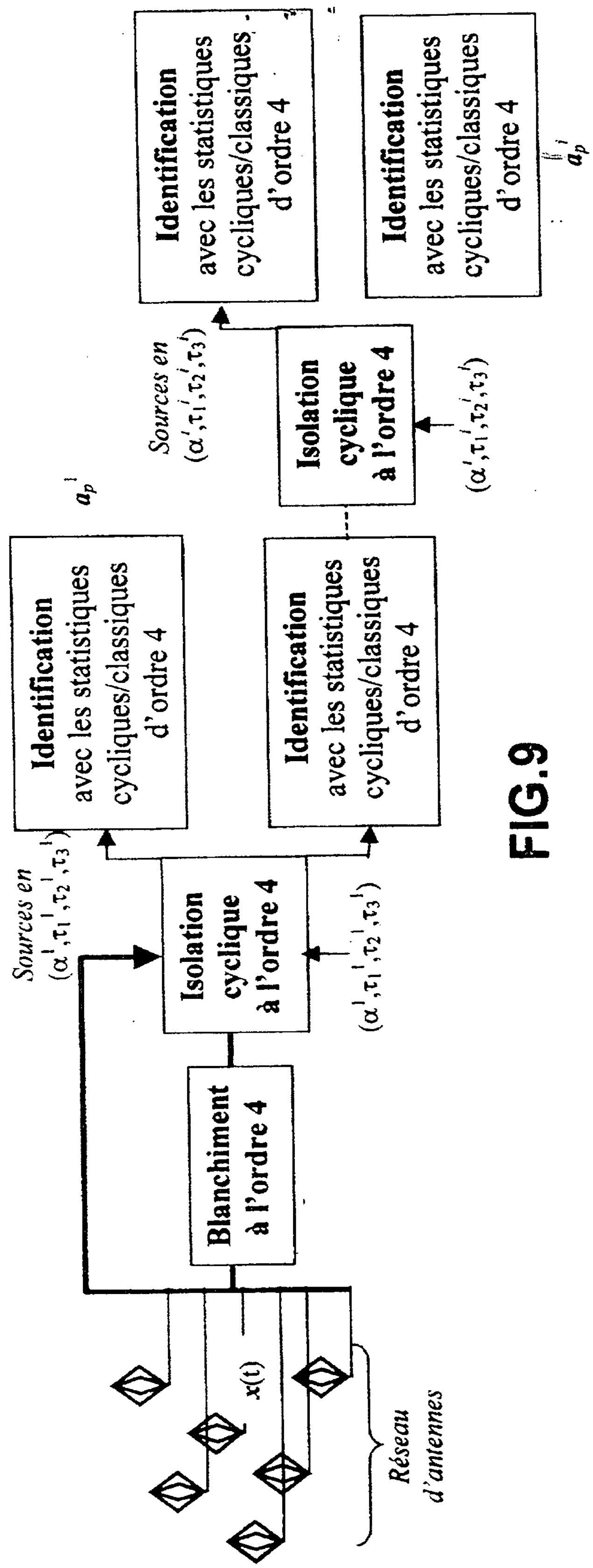

Réseau d'antennes
$x(t)$
Blanchiment à l'ordre 4
Isolation cyclique à l'ordre 4
$(\alpha^1, \tau_1^1, \tau_2^1, \tau_3^1)$
Sources en $(\alpha^1, \tau_1^1, \tau_2^1, \tau_3^1)$
Identification avec les statistiques cycliques/classiques d'ordre 4
a_p^1
Identification avec les statistiques cycliques/classiques d'ordre 4
Isolation cyclique à l'ordre 4
$(\alpha^i, \tau_1^i, \tau_2^i, \tau_3^i)$
Sources en $(\alpha^i, \tau_1^i, \tau_2^i, \tau_3^i)$
Identification avec les statistiques cycliques/classiques d'ordre 4
Identification avec les statistiques cycliques/classiques d'ordre 4
a_p^i

FIG.9

reçue le 03/09/03

INPI
INSTITUT NATIONAL DE LA PROPRIETE INDUSTRIELLE

DÉPARTEMENT DES BREVETS

26 bis, rue de Saint Pétersbourg
75800 Paris Cedex 08
Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 93 59 30

BREVET D'INVENTION
CERTIFICAT D'UTILITÉ

Code de la propriété intellectuelle - Livre VI

cerfa N° 11235*02

DÉSIGNATION D'INVENTEUR(S) Page N° 1../ 1
(Si le demandeur n'est pas l'inventeur ou l'unique inventeur)

Cet imprimé est à remplir lisiblement à l'encre noire

DB 113 W /260899

Vos références pour ce dossier *(facultatif)*	63021
N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL	0304043

TITRE DE L'INVENTION (200 caractères ou espaces maximum)

PROCEDE ET DISPOSITIF D'IDENTIFICATION AUTODIDACTE D'UN MELANGE SOUS-DETERMINE DE SOURCES AU QUATRIEME ORDRE

LE(S) DEMANDEUR(S) :

THALES

DESIGNE(NT) EN TANT QU'INVENTEUR(S) : (Indiquez en haut à droite «Page N° 1/1» S'il y a plus de trois inventeurs, utilisez un formulaire identique et numérotez chaque page en indiquant le nombre total de pages).

Nom		FERREOL	
Prénoms		Anne	
Adresse	Rue	THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33, avenue Aristide Briand	
	Code postal et ville	94117	ARCUEIL
Société d'appartenance *(facultatif)*			
Nom		ALBERA	
Prénoms		Laurent	
Adresse	Rue	THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33, avenue Aristide Briand	
	Code postal et ville	94117	ARCUEIL
Société d'appartenance *(facultatif)*			
Nom		CHEVALIER	
Prénoms		Pascal	
Adresse	Rue	THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33, avenue Aristide Briand	
	Code postal et ville	94117	ARCUEIL
Société d'appartenance *(facultatif)*			

DATE ET SIGNATURE(S)
DU (DES) DEMANDEUR(S)
OU DU MANDATAIRE
(Nom et qualité du signataire)

Isabelle DUDOUIT 01 AVR 2003

La loi n°78-17 du 6 janvier 1978 relative à l'informatique, aux fichiers et aux libertés s'applique aux réponses faites à ce formulaire. Elle garantit un droit d'accès et de rectification pour les données vous concernant auprès de l'INPI.